**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ**

1. **Понятие среднего показателя**
2. **Средняя арифметическая и ее свойства**
3. **Другие виды средних показателей**
4. **Структурные средние**

**Средняя величина -** обобщенная количественная характеристика однотипных явлений в статистической совокупности поодному из варьирующих признаков.

Важнейшее свойство средней величины заключается в том, что она отражает то общее, что присуще всем единицам исследуемой совокупности. Значения признака отдельных единиц совокупности колеблются в ту или иную сторону под влиянием множества факторов, среди которых могут быть как основные, так и случайные. Сущность средней в том и заключается, что в ней взаимопогашаются отклонения значений признака отдельных единиц совокупности, обусловленные действием случайных факторов, и учитываются изменения, вызванные действием основных факторов. Это позволяет средней абстрагироваться от индивидуальных особенностей, присущих отельным единицам.

Средняя величина только тогда будет отражать типичный уровень признака, когда она рассчитана по качественно однородной совокупности.

Категорию средней можно раскрыть через понятие ее ***определяющего свойства****.* Согласно этому понятию средняя, будучи обобщающей характеристикой всей совокупности, должна ориентироваться на определенную величину, связанную со всеми единицами этой совокупности. Эту величину можно представить в виде функции: f(х1, x2, ..., хn*).*

Так как данная величина в большинстве случаев отражает реальную экономическую категорию, понятие определяющего свойства средней иногда заменяют понятием определяющего показателя. Если в приведенной выше функции все величины х1, x2, ..., хn заменить их средней величиной x, то значение этой функции должно остаться прежним:

**f(х1, х2, .., хn) = f(x1,x2, ..., xn)**.

Исходя из данного равенства, и определяется средняя. На практике определить среднюю во многих случаях можно **через *исходное соотношение средней* (ИСС) или ее логическую формулу**:



Числитель исходного соотношения средней представляет собой ее определяющий показатель. Для каждого показателя, используемого в экономическом анализе, можно составить только одно истинное исходное соотношение для расчета средней.

От того, в каком виде представлены исходные данные для расчета средней, зависит, каким именно образом будет реализовано ее исходное соотношение. В каждом конкретном случае для реализации исходного соотношения потребуется один из видов средней величины. Это может быть средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя геометрическая, средняя квадратическая, кубическая и т. д.

Перечисленные средние объединяются в общей формуле **средней степенной:**



Где хi - i-тый вариант рассматриваемого признака; m- удельный вес i-го варианта.

Наиболее распространенным видом средних величин является средняя арифметическая, которая, как и все средние, в зависимости от характера имеющихся данных может быть простой или взвешенной.

**Средняя арифметическая простая -** используется в тех случаях, когда расчет осуществляется по несгруппированнымданным.

****

**Средняя арифметическая взвешенная –** прирасчете средних величин отдельные значения усредняемого признака могут повторяться, встречаться по нескольку раз. В подобных случаях расчет средней производится по сгруппированным данным или вариационным рядам, которые могут быть дискретными или интервальными.

****

В отдельных случаях веса могут быть представлены не абсолютными величинами, а относительными (в процентах или долях единицы).

**Свойства средней арифметической:**

* Произведение средней на сумму частот равно сумме произведений отдельных вариантов на соответствующие частоты (i-й группы):



* Сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической равна нулю:



* Сумма квадратов отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической меньше, чем сумма квадратов их отклонений от любой другой произвольной величины С*.* Следовательно, сумма квадратов отклонений индивидуальных значений признака от произвольной величины Сбольше суммы квадратов их отклонений от своей средней на величину



* Если все усредняемые варианты уменьшить или увеличить на постоянное число*,* то средняя арифметическая соответственно уменьшится или увеличится на ту же величину.
* Если все варианты значений признака изменить в Араз, то средняя также изменится в Араз.

При расчете статистических показателей помимо средней арифметической могут использоваться и другие виды средних. Однако в каждом конкретном случае, в зависимости от характера имеющихся данных, существует только одно истинное среднее значение показателя, являющееся следствием реализации его исходного соотношения.

**Средняя гармоническая взвешенная -** используется, когда известен числитель исходного соотношения средней, но неизвестен его знаменатель.

Среднеяя гармоническая взвешенная:

 Где m = xifi

Данная формула используется для расчета средних показателей не только в статике, но и в динамике, когда известны индивидуальные значения признака и веса за ряд временных интервалов.

Средняя гармоническая невзвешенная. Этаформа средней имеет следующий вид:



**Средняя геометрическая**. Еще одной формулой, по которой может осуществляться расчет среднего показателя, является средняя геометрическая.

Невзвешенная средняя геометрической. Она выглядит следующим образом:   
   
 Средняя геометрическая взвешенная приобретает следующее выражение:



Наиболее широкое применение этот вид средней получил в анализе динамики дляопределения среднего темпа роста.

**Средняя квадратическая.** В основе вычислений ряда сводных расчетных показателей лежит средняя квадратическая.

Формула невзвешенной средней квадратической достаточно проста:

**

Взвешенная средняя квадратическая:

**

Наиболее широко этот вид средней используется при расчете показателей вариации.

**Средняя кубическая.** В статистическом анализе также применяются степенные средние 3-го порядка и более высоких порядков.

Невзвешенная средняя кубическая.

**

Взвешенная средняя кубическая.

**



Наиболее часто используемыми в экономической практике структурными характеристиками являются мода и медиана.

***Мода***- значение изучаемого признака, повторяющееся с наибольшей частотой.

***Медианой***- значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности. Основное свойство медианы заключается в том, что сумма абсолютных отклонений значений признака от медианы меньше, чем от любой другой величины:



Определим моду и медиану по ***несгруппированным данным****.*

Предположим, что 9 торговых фирм города реализуют товар А по следующим оптовым ценам (тыс. руб.): 4,4; 4,3; 4,4; 4,5;4,3; 4,3; 4,6; 4,2; 4,6. Как видим, чаще всего встречается цена 4,3 тыс. руб. Она и будет модальной. Для определения медианы необходимо провести ранжирование приведенного цифрового ряда: 4,2; 4,3; 4,3; 4,3; 4,4; 4,4; 4,5; 4,6; 4,6.

Центральной в этом ряду является цена 4,4 тыс. руб. Следовательно, данная цена и будет медианой. Если ранжированный ряд включает четное число единиц, то медиана определяется как средняя из двух центральных значений.

Если мода отражает типичный, наиболее распространенный вариант значения признака, то медиана выполняет функции средней для неоднородной совокупности. В этих случаях средняя не позволяет объективно оценить исследуемую совокупность вследствие сильного влияния аномальных максимальных или минимальных значений.

Теперь рассмотрим определение моды и медианы по ***сгруппированным данным***(рядам распределения). Предположим, распределение торговых предприятий города по уровню розничных цен на товар А имеет следующий вид:

|  |  |
| --- | --- |
| Цена, руб. | Число торговых предприятий |
| 52  53  54  55  56 | 12  48  56  60  14 |
| Итого | 190 |

Определение моды по дискретному вариационному ряду не составляет большого труда наибольшую частоту (60 предприятий) имеет цена 55 руб., следовательно, она и является модальной.

Для определения медианного значения признака по следующей формуле находят номер медианной единицы ряда:



Где n – объем совокупности.

В нашем случае 190+1/2 = 95,5

Полученное дробное значение, всегда имеющее место при четном числе единиц в совокупности, указывает, что точная середина находится между 95 и 96 предприятиями. Необходимо определить, в какой группе находятся предприятия с этими порядковыми номерами. Это можно сделать, рассчитав накопленные частоты. Очевидно, что магазинов с этими номерами нет в первой группе, где всего лишь 12 торговых предприятий, нет их и во второй группе (12 *+* 48=60). Что касается 95-го и 96-го предприятий, то они находятся в третьей группе (12 *+* 48 *+* 56 = 116) и, следовательно, медианой является цена 54 руб.

В отличие от дискретных вариационных рядов определение моды и медианы по ***интервальным рядам***требует проведения определенных расчетов на основе следующих формул. Первая из них:



где х0 - нижняя граница модального интервала (модальным называется интервал, имеющий наибольшую частоту); h— ширина модального интервала; mM0 -частота модального интервала; mM0-1 частота интервала, предшествующего модальному; mM0+1 - частота интервала, следующего за модальным.

Вторая:



где х0 - нижняя граница медианного интервала (медианным называется первый интервал, накопленная частота которого превышает половину общей суммы частот); h - ширина медианного интервала; SMe-1- накопленная частота интервала, предшествующего медианному; mi- частота i-го интервала, i= 1, 2, ..., k; mMe- частота медианного интервала.

Соотношение моды, медианы и средней арифметической указываетна характер распределения признака в совокупности, позволяет оценить его асимметрию. Если М0<Ме<ֿX, то имеет место правосторонняя асимметрия, при X<Ме< Мoследует сделать вывод о левосторонней асимметрии ряда.

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ**

1. **Понятие вариации признака**
2. **Порядок расчета дисперсии и среднего квадратического отклонения**
3. **Показатели относительного рассеивания**

**Вариация признака -** различие в индивидуальных значениях признака внутри изучаемой совокупности в статистике называется**.**

Вариация возникаетв результате того, что его индивидуальные значения складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов, которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае.

Средняя величинаэто абстрактная, обобщающая характеристика признака изучаемой совокупности, но она не показывает строения совокупности, которое весьма существенно для ее познания. Средняя величина не дает представления о том, как отдельные значения изучаемого признака группируются вокруг средней величины, сосредоточены они вблизи или значительно отклоняются от нее.

В тех случаях, когда отдельные значения признака близко примыкают к средней арифметической и мало от нее отличаются, средняя хорошо представляет всю совокупность. Втех же случаях, когда отдельные значения совокупности далеко отстают от средней, средняя плохо представляет всю совокупность.

Колеблемость отдельных значений характеризуют показатели вариации. Термин «вариация» произошел от латинского **variatio**- изменение, колеблемость, различие. Однако не всякие различия принято называть вариацией.

**Вариация** в статистике это такие количественные изменения величины исследуемого признака в пределах однородной совокупности, которые обусловлены перекрещивающимся влиянием различных факторов. Различают случайную и систематическую вариации признака.

Анализ систематической вариации позволяет оценить степень зависимости изменений в изучаемом признаке от определяющих его факторов. Например, изучая силу и характер вариации в изучаемой совокупности, можно оценить, насколько однородной является данная совокупность в количественном, а иногда и качественном отношении, а следовательно, насколько характерной является исчисленная средняя величина. Степень близости данных отдельных единиц ***xi*** к средней измеряется рядом абсолютных, средних и относительных показателей.

Для характеристики совокупностей и исчисленных величии важно знать, какая вариация изучаемого признака скрывается за средним.

Для характеристики колеблемости признака используется ряд показателей. Наиболее простой из них размах вариации:

**R=Xmax – Xmin**

Этот показатель улавливает только крайние отклонения и не отражает отклонений всех вариантов в ряду.

Для того чтобы дать обобщающую характеристику распределению отклонений, исчисляют среднее линейное отклонение**,** которое учитывает различие всех единиц изучаемой совокупности.

Среднее линейное отклонение определяется как средняя арифметическая отклонений индивидуальных от средней бед учета знака этих отклонений:



Если данные наблюдения представлены в виде дискретного ряда распределения с частотами, среднее линейное отклонение исчисляется по формуле средней арифметической взвешенной:



Порядок расчета среднего линейного отклонения взвешенного следующий:

1. вычисляется средняя арифметическая взвешенная;
2. определяются абсолютные отклонения вариантов от средней;
3. полученные отклонения умножаются на частоты;
4. находится сумма взвешенных отклонений без учета знака;
5. сумма взвешенных отклонений делится на сумму частот;

Основными обобщающими показателями вариации в статистике являются:

Дисперсия это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от общей средней. Дисперсия обычно называется средним квадратом отклонений и обозначается σ**2**. Взависимости от исходных данных, дисперсия может вычисляться по средней арифметической простой или взвешенной:

Невзвешенная - **

Взвешенная - **

Среднее квадратическое отклонение - это обобщающая характеристика абсолютных размеров вариации признака в совокупности. Выражается оно в тех же единицах измерения, что и признак (в метрах, тоннах, процентах, гектарах и т.д.).

Среднее квадратическое отклонение представляет собой корень квадратный из дисперсии и обозначается σ:

Невзвешенное - **

Взвешенное - **

Среднее квадратическое отклонение является мерилом надежности средней. Чем меньше среднее квадратическое отклонение, тем лучше средняя арифметическая отражает всю представляемую совокупность.

Вычисление среднего квадратического отклонения предшествует расчет дисперсии. Порядок расчета дисперсии взвешенной следующий:

1. определяют среднюю арифметическую взвешенную;
2. рассчитывают отклонения вариантов от средней;
3. возводят в квадрат отклонение каждого варианта от средней;
4. умножают квадраты отклонений на веса;
5. суммируют полученные произведения;
6. полученную сумму делят на сумму весов.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Произведено продукции 1-м раб. (x) | Число раб. (fi) | xifi | (xi-x) | (xi-x)2 | (xi-x)2fi |
| 8 | 7 | 56 | -2 | 4 | 28 |
| 9 | 10 | 90 | -1 | 1 | 10 |
| 10 | 15 | 150 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 12 | 132 | 1 | 1 | 12 |
| 12 | 6 | 72 | 2 | 4 | 24 |
| итого | 50 | 500 |  |  | 74 |

Средняя арифметическая = 10

Если данные представлены в виде интервального (дискретного) ряда распределения, то сначала определяют дискретное значение признака (середина интервала).

Техника вычисления дисперсии сложна, а при больших значениях вариантов и частот может быть громоздкой. Расчеты можно упростить, используя свойства дисперсии:

1. Уменьшение или увеличение весов (частот) варьирующего признака в определенное число раз дисперсию не изменяет.
2. Уменьшение или увеличение каждого значения признака на одну и ту же постоянную величину **А**дисперсию не изменяет.
3. Уменьшение или увеличение каждого значения признака в какое-то число раз **k** соответственно уменьшает или увеличивает дисперсию в **k2** раз, а среднее квадратическое отклонение в **k**раз.
4. Дисперсия признака относительно произвольной величины σ2A (а) всегда больше дисперсии относительно средней арифметической на квадрат разности между средней и произвольной величинами.

Для характеристики меры колеблемости изучаемого признака исчисляются показатели колеблемости в относительных величинах. Они позволяют сравнивать характер рассеивания в различных распределениях (различные единицы наблюдения одного и того же признака в двух совокупностях, при различных значениях средних, при сравнении разноименных совокупностей).

Показатель меры относительного рассеивания рассчитывается как отношение абсолютного показателя рассеивания к средней арифметической, умножаемое на 100%.

Коэффициент осцилляции (К0)отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней:



Относительное линейное отклонение характеризует долю усредненного значения абсолютных отклонений от средней величины:



Коэффициент вариации:



Поскольку среднеквадратическое отклонение дает обобщающую характеристику колеблемости всех вариантов совокупности, коэффициент вариации является наиболее распространенным показателем колеблемости, используемым для оценки типичности средних величин. Исходят из того, что если V больше 40%, то это говорит о большой колеблемости признака в изучаемой совокупности.

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ СТУДЕНТАМИ**

**ТЕСТ**

1. Возможны ли случаи, когда взвешенные и невзвешенные средние приводят к одному и тому же результату?

а) возможны; б) нет.

2. Могут ли веса средней быть выражены относительными показателями? а) могут; б) не могут.

3. Может ли одно и то же исходное соотношение быть реализовано на основе различных форм средней?

а) может; б) не может.

4. Можно ли вместо средней арифметической невзвешенной использовать среднюю гармоническую невзвешенную?   
а) нельзя; б) можно при отсутствии весов; в) можно при равенстве весов.

5.Как изменится средняя величина, если все варианты признака уменьшить в 1,5 раза, а все веса в 1,5раза увеличить? а) не изменится; б) уменьшится; в) возрастет.

6. Изменится ли средняя величина, если все веса уменьшить на 20%? а) изменится; б) не изменится.

7. Изменится ли средняя величина, если все веса уменьшить на некоторую постоянную величину? а) изменится; б) не изменится.

8. Могут ли мода, медиана и средняя арифметическая совпадать? а) могут; б) могут совпадать только средняя и медиана; в) не могут.

9. Может ли ряд распределения характеризоваться двумя и более модами? а) не может; б) может двумя; в) может двумя и более.

10. В какихграницах изменяется коэффициент вариации?   
а) от 0 до 100 %; б) от 0 до 200%; в) нижняя граница 0%, верхняя отсутствует.

**РЕШИТЬ ЗАДАЧИ**

**ЗАДАНИЕ 1**:

Распределение рабочих предприятия по тарифному разряду:

|  |  |
| --- | --- |
| Тарифный разряд | Число рабочих, чел. |
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 3 | 26 |
| 4 | 74 |
| 5 | 18 |
| 6 | 4 |

Определите средний уровень квалификации рабочих предприятия.

**ЗАДАНИЕ 2**:

Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Группы хозяйств по себестоимости 1 ц. сахарной свеклы, руб. | Число хозяйств | Валовой сбор в среднем на 1 хозяйство, ц. |
| До 40  40—45  45—5050 и более | 32  58  124  17 | 111,3  89,7  113,5  130,1 |

Определите среднюю себестоимость 1 ц. свеклы в целом по фермерским хозяйствам области.

**ЗАДАНИЕ 3**:

Качество продукции предприятия характеризуется следующими данными.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид продукции | Процент брака | Стоимость бракованной продукции, руб. |
| А  В  С | 1,3  0,9  2,4 | 2135  3560  980 |

Определите средний процент брака в целом по предприятию

**ЗАДАНИЕ 4**:

Площадь складских помещений города характеризуется следующими данными:

|  |  |
| --- | --- |
| Группы складских помещений по площади, тыс. м2. | Число помещений |
| До 5 | 3 |
| 5-10 | 21 |
| 10-15 | 17 |
| 15-20 | 9 |
| 20-25 | 5 |
| 25-30 | 4 |
| 30-35 | 4 |
| 35 и большее | 2 |

Определите модальный и медианный размер складского помещения.

**ЗАДАНИЕ 5**:

Распределение предприятий отрасли по объему полученной за год прибыли имеет следующий вид:

|  |  |
| --- | --- |
| Группы предприятий по прибыли, млн. р. | Число предприятий |
| До 50 | 7 |
| 50-100 | 24 |
| 100-150 | 11 |
| 150 и выше | 3 |

Рассчитайте среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации прибыли предприятий.

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ**

1. **Понятие и классификация рядов динамики**
2. **Показатели рада динамики**
3. **Средние показатели тенденции динамики**

**Ряды динамики** это статистические данные, отображающие развитие изучаемого явления во времени.

**Ряд динамики состоит из двух элементов**:

* + **моменты времени** (обычно дата) или периоды времени (год, квартал, месяц, сутки), к которым относятся приводимые статистические данные и статистические показатели;
  + **уровни ряда**, характеризующие состояние явления на указанный момент или за период.

**Ряды динамики классифицируют следующим образом**:

**1. В зависимости от способа выраженияуровней** различают ряд абсолютных величин, ряд средних величин, ряд относительных величин.

**2.В зависимости от того, как уровни ряда отражают состояние явления**:на определенные моменты времени (начало месяца, квартала, года и т.п.) или за определенные интервалы времени (за сутки, месяц, год и т.п.), различают соответственно моментные и интервальные ряды динамики.

**3. В зависимости от расстояния между уровнями**ряды динамики могут быть с равноотстоящими уровнями и неравно отстоящими уровнями во времени.

**4. В зависимости от наличия основной тенденцииизучаемого процесса** ряды динамики бывают стационарными и нестационарными.

**5. По числу показателей**можно выделить изолированные и комплексные (многомерные) ряды динамики.

**Интервальный ряд динамики.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Период** | **1-й год** | **2-й год** | **3-й год** | **4-й год** | **5-й год** | **6-й год** |
| Объем продаж | 25300 | 21200 | 22400 | 26200 | 26900 | 27000 |
|  | **y0** | **y1** | **y2** | **y3** | **y4** | **y5** |

**Моментный ряд динамики.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Дата** | **1.01** | **1.02** | **1.03** | **1.04** | **1.05** | **1.06** |
| Запасы товаров | 25300 | 21200 | 22400 | 26200 | 26900 | 27000 |
|  | **y0** | **y1** | **y2** | **y3** | **y4** | **y5** |

Аналитические показатели уровня ряда получаются сравнением уровней между собой. Сравниваемый уровень принято называть **текущим**, а уровень, с которым происходит сравнение,- **базисным***.* **За базу сравнения** обычно принимают предыдущий уровень или начальный уровень ряда динамики.

При сравнении каждого уровня с предыдущим получаются *цепные* показатели. Если же сравнение ведется с одним уровнем (базой), то показатели называются *базисными.*

*Показатели рядов динамики:*

**1. Для выражения абсолютной скорости роста (снижения) уровня ряда** динамики исчисляют статистический показатель - абсолютный прирост (∆у). Его величина определяется как разность двух сравниваемых уровней и вычисляется следующим образом:

∆у = yi – y0 *-* базисные показатели; ∆у = уi - уi-1 *-*  цепные показатели.

где yi- уровень i-го периода (кроме первого);

y0 - уровень базисного периода;

уi-1 - уровень предыдущего периода.

**2. Интенсивность изменения уровней ряда динамики** оценивается отношением текущего уровня к предыдущему или базисному. Этот показатель называется коэффициентом роста*,* или темпом роста(Тр), и выражается в процентах:

Тр = yi / y0 ×100 -базисные показатели; Тр = yi / уi-1 ×100 - цепные.

Если Тр больше 100%, уровень растет, если меньше - уровень уменьшается. Тр - всегда положительное число.

**3. Для выражения измерения величины абсолютного прироста уровней ряда динамики** в относительных величинах определяется темп прироста (Тпр), который рассчитывается как отношение абсолютного прироста к базисному или предшествующему уровню:

Тпр = ∆у / y0 ×100; Тпр = ∆у / уi-1 ×100, или Тпр = Тр – 100%.

**3. Показатель** абсолютного значения 1% прироста (│%│) определяется как результат деления абсолютного прироста на соответствующий темп прироста, выраженный в %:

│%│ = ∆у/ Тпр, или 0,01 уi-1

Закрепление: рассчитать все показатели для таблиц вопроса 1

При анализе изменений явления во времени на практике часто определяют средние показатели, в том числе ***средний уровень ряда****.* Средний уровень является важной обобщающей характеристикой для рядов динамики, изменение которых стабилизировалось в исследуемом периоде и при этом подвержено ощутимым случайным колебаниям. Например, средний уровень урожайности за ряд лет лучше опишет урожайность, чем уровень одного года, значение которого формируется под действием множества случайных факторов. Если же в исследуемом периоде приходится выделять неоднородные этапы, в течение которых условия развития существенно менялись, то нецелесообразно рассчитывать общую среднюю, следует построить анализ динамики по отдельным этапам.

Средний уровень ряда определяется по-разному для моментных и интервальных рядов. При этом следует обратить внимание, что равноотстоящие или не равноотстоящие во времени уровни наблюдаются в ряду динамики. **Для интервальных рядов динамики с равноотстоящими во времени уровнями**расчет среднего уровня производится по формуле простой средней арифметической:

****

где n- число уровней или длина ряда;

у - уровень ряда динамики.

**В случае интервальных рядов динамики с не равноотстоящими во времениуровнями**для расчета среднего уровня используется формула взвешенной средней арифметической, где в качестве весовых коэффициентов используется продолжительность интервалов времени между уровнями (число периодов времени, при которых значение уровня не изменяется).



**Для моментных рядов динамики с равноотстоящими во времени уровнями** средний уровень (так называемая средняя хронологическая) находится по формуле:



**В случае моментных рядов динамики с не равноотстоящими во времени уровнями** средний уровень определяется по формуле средней хронологической взвешенной:



где у0,y1, ..., уn - уровни ряда динамики;

t - продолжительность интервала времени между соседними уровнями.

Средний абсолютный приростявляется обобщающей характеристикой скорости изменения исследуемого показателя во времени (скоростью будем называть прирост в единицу времени). Для его определения за весь период наблюдения используется формула простой средней арифметической:

**** или  ****

где ∆yt - цепной абсолютный прирост;

n- длина временного ряда;

уn и y1 - соответственно конечный и начальный уровни ряда динамики.

Средний темп ростаявляется обобщающей характеристикой динамики и отражает интенсивность изменения уровней ряда. Он показывает, сколько в среднем процентов последующий уровень составляет от предыдущего в течение всего периода наблюдения. Этот показатель рассчитывается по формуле средней геометрической из цепных темпов роста:

 или 

Средний темп приростаможет быть выражен через средний темп роста:



**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ**

1. **Понятие и необходимость изучения тренда**
2. **Основные методы изучения тренда**
3. **Методика изучения сезонных колебаний**
4. **Экстраполяция в рядах динамики**

Изменение уровней ряда динамики обуславливаются влиянием на изучаемое явление ряда факторов, которые, как правило, неоднородны по силе, направлению и времени их действия. Постоянно действующие факторы оказывают на явление определяющее влияние и формируют рядах динамики основную тенденцию развития. Воздействие других факторов проявляется через определенные периоды времени. Это вызывает повторяемые во времени колебания уровней ряда. Действие разовых (спорадических) факторов отображается случайными (кратковременными) изменениями уровней ряда.

Различные результаты действия постоянных, периодических и разовых причин на уровни развития социально-экономических явлений во времени обуславливают необходимость изучения основных компонентов ряда динамики.

Всякий ряд динамики теоретически может быть представлен в виде составляющих:

* + **Тренд** – основная тенденция развития динамического ряда (к увеличению или к снижению его уровней).
  + **Циклические колебания** уровней в т. ч. сезонные.
  + **Случайные колебания уровней**.

Особенностью изучения развития социально-экономических явлений и процессов во времени является то, что в одних рядах динамики основная тенденция просматривается при визуальном обзоре данных, а в других нет. В рядах с сильно колеблющимися уровнями основная тенденция непосредственно не просматривается.

Пример:

Изменение оборота розничной торговли предприятия, (тыс. руб.)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Кварталы | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
| I | 78.2 | 81.4 | 82.0 | 86.5 |
| II | 78.8 | 80.1 | 83.3 | 89.3 |
| III | 82.6 | 84.4 | 87.5 | 93.6 |
| IV | 84.6 | 86.1 | 88.7 | 88.0 |

Из таблицы видно, что для поквартальной динамики объема продаж характерны значительные колебания уровней. В каждом следующем году уровень первого квартала неизменно ниже уровня четвертого квартала предыдущего года. Это затрудняет суждение о характере общей тенденции развития. Не способствует объяснению этого и графическое изображение данных таблицы:

Еще большую скачкообразную колеблемость будут иметь помесячные уровни рядов динамики.

На практике наиболее распространенными методами статистического изучения тренда являются: метод укрупнения интервалов и метод скользящей средней.

**Метод укрупнения интервалов** – применяется для выявления тренда в рядах динамики колеблющихся уровней, затушевывающих основную тенденцию развития. Суть этого метода заключается в преобразовании первоначального ряда динамики в ряд с более продолжительными периодами (месячные в квартальные; квартальные в годовые; годовые в пятилетние и т.п.).

Пример: имеются следующие данные о реализации сотовых телефонов магазином «Телемир»:

|  |  |
| --- | --- |
| Месяц | Объем продаж, тыс. шт. |
| Январь | 3662 |
| Февраль | 3096 |
| Март | 2956 |
| Апрель | 3805 |
| Май | 3364 |
| Июнь | 2946 |
| Июль | 3803 |
| Август | 3812 |
| Сентябрь | 3921 |
| Октябрь | 4442 |
| Ноябрь | 3924 |
| Декабрь | 3976 |

Различные направления изменений по отдельным месяцам уровней данного ряда затрудняют выводы об основной тенденции продажи сотовых телефонов. А это влечет за собой неверные выводы об ожидаемых объемах реализации в следующем году и ошибочные управленческие решения в сфере закупок данного товара у поставщиков. Решение этой задачи упрощается, если соответствующие месячные уровни объединить в квартальные:

|  |  |
| --- | --- |
| Кварталы | Объем продаж, тыс. шт. |
| I | 9714 |
| II | 10115 |
| III | 11536 |
| IV | 12342 |

После укрупнения интервалов основная тенденция изучаемого ряда динамики становиться очевидной: 9714 < 10115 < 11536 < 12342

**Метод скользящей средней** – в его основу положено определение по исходным данным теоретических уровней, в которых случайные колебания погашаются, а основная тенденция развития выражается в виде некоторой плавной линии.

Для выявления основной тенденции ряда методом скользящей средней необходимо, прежде всего, установить ее звенья. Звенья скользящей средней должны составляться из числа уровней, отвечающих длительности внутригодовых циклов в изучаемом явлении.

Для ряда динамики развития объема розничных продаж по кварталам скользящие средние обычно составляются из четырехчленных звеньев. Их расчет состоит из расчета средних величин из 4-х уровней ряда с отбрасыванием при вычислении каждой новой скользящей средней одного слева и присоединением одного уровня справа:

**ȳ1 = (y1 + y2 + y3 + y4) ÷ 4 ȳ2 = (y2 + y3 + y4 + y5) ÷ 4**

**ȳ3 = (y3 + y4 + y5 + y6) ÷ 4 ȳ4 = (y4 + y5 + y6 + y7) ÷ 4** и т. д.

Затем производят центрирование скользящих средних для получения сглаженных уровней:

**ӳ1 = (ȳ1 + ȳ2) ÷ 2 ӳ2 = (ȳ2 + ȳ3) ÷ 2**

**ӳ3 = (ȳ3 + ȳ4) ÷ 2 ӳ4 = (ȳ4 + ȳ5) ÷ 2** и т. д.

Пример: имеются следующие данные об объемах реализации продовольственных товаров ртп.:

|  |  |
| --- | --- |
| Год, квартал | Объем продаж, тыс. руб. |
| 1-й год I кв. | 175 |
| II кв. | 263 |
| III кв. | 326 |
| IV кв. | 297 |
| 2-й год I кв. | 247 |
| II кв. | 298 |
| III кв. | 366 |
| IV кв. | 341 |
| 3-й год I кв. | 420 |
| II кв. | 441 |
| III кв. | 453 |
| IV кв. | 390 |
| 4-й год I кв. | 426 |
| II кв. | 449 |
| III кв. | 482 |
| IV кв. | 460 |

Для выявления тренда методом скользящей средней строят расчетную таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Год, квартал | Исходные уровни, **y** | Скользящие средние, **ȳ** | Сглаженные уровни, **ӳ** |
| 1-й год I кв. | 175 | (175+263+326+297) = 265,25  (263+326+297+247) = 283,25  (326+297+247+298) = 292,00  (297+247+298+366) = 302,00  (247+298+366+341) = 313,00  (298+366+341+420) = 356,25  (366+341+420+441) = 392,00  (341+420+441+453) = 413,75  (420+441+453+390) = 426,00  (441+453+390+426) = 427,50  (453+390+426+449) = 429,50  (390+426+449+482) = 436,75  (426+449+482+460) = 454,25 | 265,25+283,25=274,25  283,25+292,00=287,63  292,00+302,00=297,00  302,00+313,00=307,50  313,00+356,25=334,63  356,25+392,00=374,13  392,00+413,75=402,88  413,75+426,00=419,88  426,00+427,50=426,75  427,50+429,50=428,50  429,50+436,75=433,13  436,75+454,25=455,5 |
| II кв. | 263 |
| III кв. | 326 |
| IV кв. | 297 |
| 2-й год I кв. | 247 |
| II кв. | 298 |
| III кв. | 366 |
| IV кв. | 341 |
| 3-й год I кв. | 420 |
| II кв. | 441 |
| III кв. | 453 |
| IV кв. | 390 |
| 4-й год I кв. | 426 |
| II кв. | 449 |
| III кв. | 482 |
| IV кв. | 460 |

Для четного числа уровней значение скользящей средней приходиться на промежуток между двумя смежными кварталами, а сглаженные уровни на промежуток между двумя смежными скользящими средними.

Для демонстрации выявленного тренда построим линейную диаграмму по исходным уровням и по сглаженным:

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ СТУДЕНТАМИ**

**ТЕСТ**

**1. Чем отличаются темпы прироста от темпов роста**

темп роста равен темпу прироста

темп прироста равен сумме темпа роста плюс единица (или, если в %, то плюс 100%)

темп роста всегда выше темпа прироста

темп прироста равен разности темпа роста минус единица (или, если в %, то минус 100%)

темп роста равен сумме темпа прироста плюс единица (или, если в %, то плюс 100%)

**2. В каких случаях сглаживания рядов динамики рассчитывается «скользящая средняя»**

в случае физического сглаживания

в случае хронологического сглаживания

в случае корреляционного сглаживания

в случае механического сглаживания

в случае аналитического сглаживания

**3.Что такое «тренд»**

это разность значений основного ряда и значений выравненного ряда аналитическим способом, взятая по модулю

это сумма значений основного ряда динамики и значений выравненного ряда аналитическим способом

это сумма значений основного ряда и значений выравненного ряда аналитическим способом, взятая по модулю

это разность значений основного ряда и значений выравненного ряда аналитическим способом

+это сумма разности значений основного ряда динамики и значений выравненного ряда аналитическим способом, взятая по модулю

**4.** **Что характеризует среднехронологическая**

Среднюю величину между частями генеральной совокупности

Среднюю величину между соотношениями генеральной совокупности

Среднюю величину между отдельными проявлениями явления

Среднюю величину уровня явления за изучаемый период

Среднюю величину уровня явления в рассматриваемой совокупности

**5. Что показывает коэффициент опережения среднегодовых темпов роста**

соотношение попарно наименьшего к наибольшему среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение наименьшего к наибольшему среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение попарно среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение наибольшего к наименьшему среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение попарно среднегодовых темпов роста каждого явления за рассматриваемый период

**6. Чем различаются базисные и цепные темпы роста и прироста**

Базисные - рассчитываются отношением значения максимального показателя к минимальному, а цепные – как отношение минимальных значений к значению показателя, принятого за базу

Базисные - рассчитываются отношением значения любого показателя к предыдущему, а цепные – как отношение любых значений к значению показателя, принятого за базу

Базисные - рассчитываются отношением нового значения к предыдущему, а цепные – как отношение новых значений к значению показателя, принятого за базу

Базисные - рассчитываются отношением нового значения к базовому – (первому значению ряда), а цепные – как отношение новых значений к предыдущему значению показателя

Базисные - рассчитываются отношением значения минимального показателя к максимальному, а цепные – как отношение максимальных значений к значению показателя, принятого за базу

**7. Что характеризует среднехронологическая**

Среднюю величину между частями генеральной совокупности

Среднюю величину между соотношениями генеральной совокупности

Среднюю величину между отдельными проявлениями явления

Среднюю величину уровня явления за изучаемый период

Среднюю величину уровня явления в рассматриваемой совокупности

**8.Что показывает коэффициент опережения среднегодовых темпов роста**

соотношение попарно наименьшего к наибольшему среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение наименьшего к наибольшему среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение попарно среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение наибольшего к наименьшему среднегодовых темпов роста различных явлений за рассматриваемый период

соотношение попарно среднегодовых темпов роста каждого явления за рассматриваемый период

**9.Чем различаются базисные и цепные темпы роста и прироста**

Базисные - рассчитываются отношением значения максимального показателя к минимальному, а цепные – как отношение минимальных значений к значению показателя, принятого за базу

Базисные - рассчитываются отношением значения любого показателя к предыдущему, а цепные – как отношение любых значений к значению показателя, принятого за базу

Базисные - рассчитываются отношением нового значения к предыдущему, а цепные – как отношение новых значений к значению показателя, принятого за базу

Базисные - рассчитываются отношением нового значения к базовому – (первому значению ряда), а цепные – как отношение новых значений к предыдущему значению показателя

Базисные - рассчитываются отношением значения минимального показателя к максимальному, а цепные – как отношение максимальных значений к значению показателя, принятого за базу

**РЕШИТЬ ЗАДАЧИ**

**ЗАДАНИЕ 1**: имеются следующие данные о численности населения России:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Годы | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| Численность населения (млн. чел.) | 142,80 | 142,20 | 142,00 | 141,90 | 141,93 |

Рассчитать показатели ряда динамики базисным и цепным способом, средний уровень ряда. Указать вид динамического ряда. Построить линейную диаграмму отражающую изменение численности населения России.

**ЗАДАНИЕ 2:** используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда и недостающие в таблице цепные показатели динамики по следующим данным о производстве продукции предприятия (в сопоставимых ценах).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Производство продукции, (млн. руб.) | Абсолютный прирост, (млн. руб.) | Темп роста, (%) | Темп прироста, (%) | Абсолютное значение 1% прироста, (м. р.) |
| 2004 | 95,20 |  |  |  |  |
| 2005 |  | 4,80 |  |  |  |
| 2006 |  |  | 104,00 |  |  |
| 2007 |  |  |  | 5,80 |  |
| 2008 |  |  |  |  |  |
| 2009 |  | 7,00 |  |  | 1,15 |

**Задание 3:** имеются данные о розничном объеме продаж по всем каналам реализации в регионе. Преобразуйте уровни в квартальные, а затем в годовые. Рассчитайте: показатели ряда динамики по исходным данным для каждого периода базисным способом; показатели ряда динамики по укрупненным годовым данным цепным способом. Изобразите графически динамику продаж в изучаемом периоде.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | 2010 г. |
| Январь | 75 | 74 | 82 | 87 |
| Февраль | 80 | 84 | 86 | 85 |
| Март | 87 | 95 | 97 | 90 |
| Апрель | 82 | 86 | 91 | 98 |
| Май | 79 | 87 | 88 | 90 |
| Июнь | 82 | 89 | 92 | 97 |
| Июль | 83 | 90 | 94 | 94 |
| Август | 88 | 93 | 99 | 99 |
| Сентябрь | 87 | 89 | 93 | 100 |
| Октябрь | 88 | 84 | 92 | 93 |
| Ноябрь | 83 | 88 | 91 | 90 |
| Декабрь | 94 | 91 | 83 | 97 |